

PREDMET : FIZIKA

DINAMIKA FLUIDA JEDNAČINA KONTINUITETA

Tokom učenja učenik će moći da:

- razlikuje laminarno i turbulentno kretanje tečnosti
- objasni pojmove strujna linija i strujna cijev
- objasni šta je zapreminski protok
- Izvede jednačinu kontinuiteta



Pripremio
NIKOLA BUĆKOVIĆ, prof.
KLAUDIO DRAGOJEVIĆ, prof.

Statika Dinamika

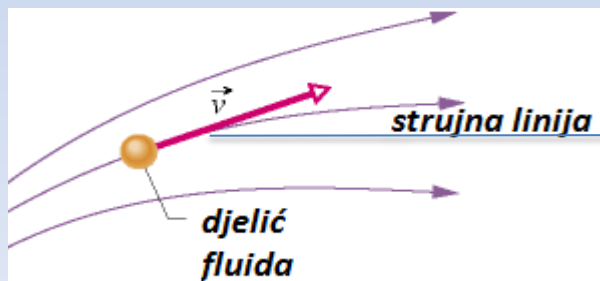
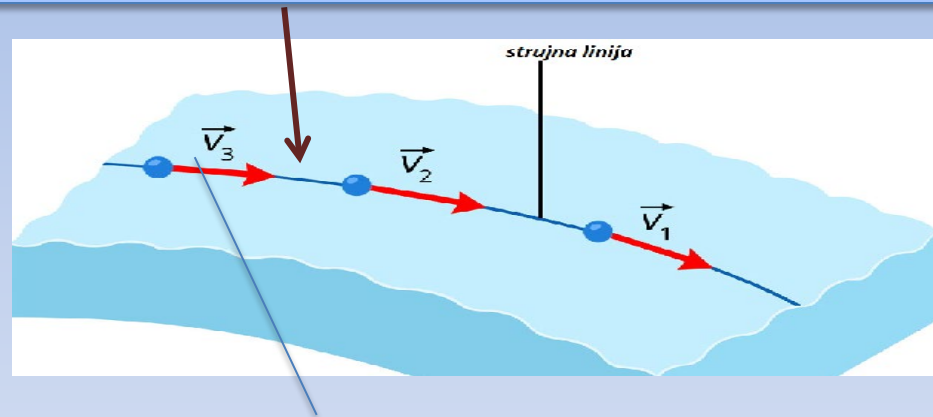


Dinamika fluida

Kretanje fluida se naziva strujanje.



Kretanje fluida se opisuje kretanje njegovih čestica .
Linija duž koje se kreću čestice fluida naziva se **strujna linija**.

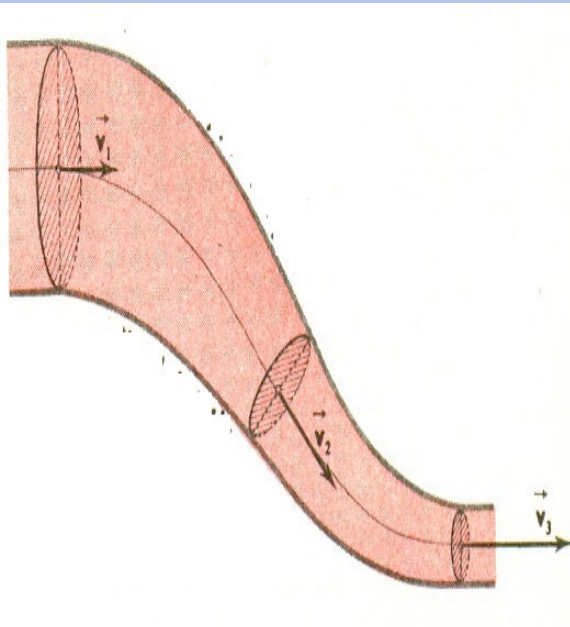


Brzina kojom djelić tečnosti kroz tu tačku ima pravac tangente na strujnu liniju.

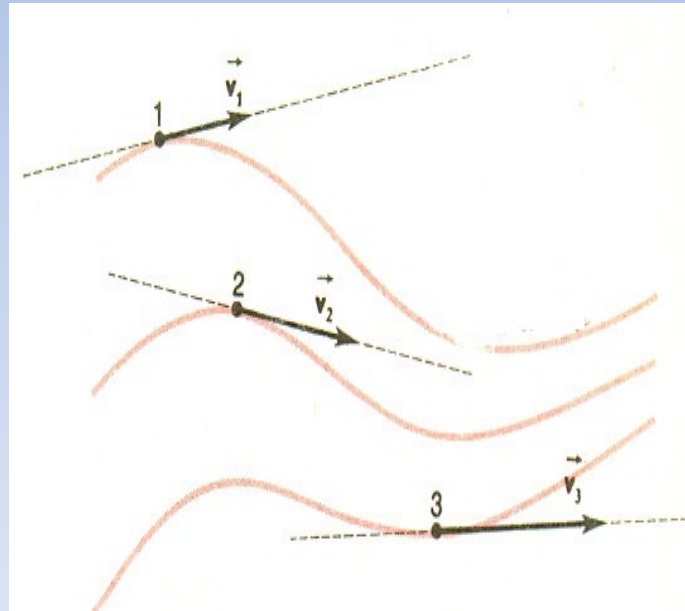
Brzina kretanje čestica u određenoj tački strujne linije ista je za sve čestice koje dospjevaju u tu tačku . Takvo kretanje se naziva **stacionarno strujanje**.
Pravac i smjer brzine se ne mijenja.

Strujna cijev

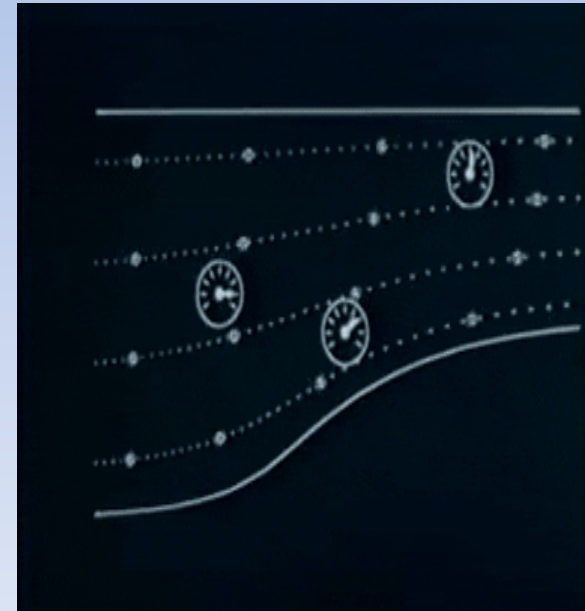
Više strujnih linija čini strujnu cijev. Strujna cijev je neprobojna za djeliće tečnosti, oni ne mogu ni ulaziti ni izlaziti kroz zidove cijevi: zidove čine strujne linije, brzine djelića tečnosti tangentne su na njih.



Slika 1



Slika 2



Slika 3

Laminarno i turbulentno kretanje fluida

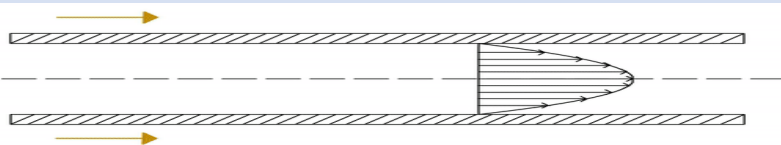
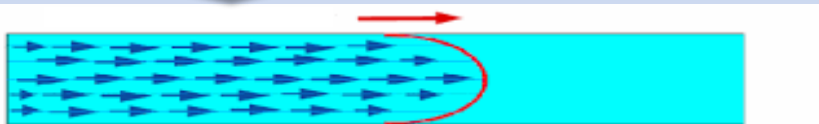
a) Laminarno kretanje



b) Turbulentno kretanje

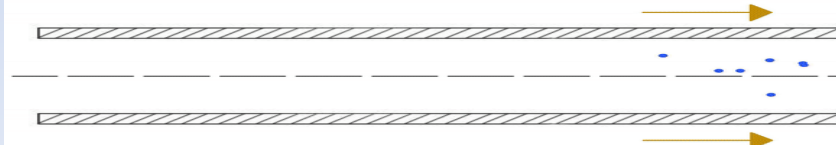


Laminarno kretanje fluida jeste kretanje kod koga se strujne linije nigdje ne sijeku.



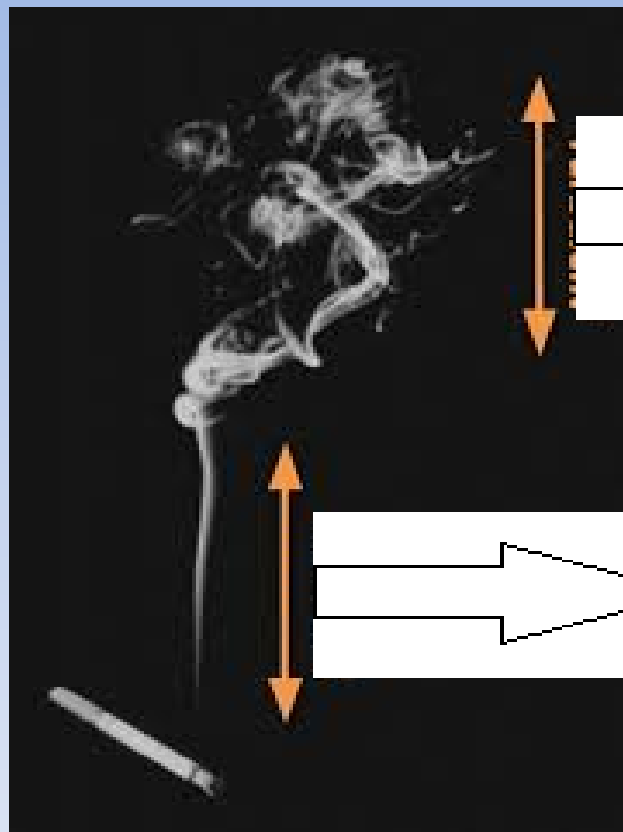
laminar flow

Turbulentno (vrtložno) kretanje jeste složeno kretanje u kome se formiraju vrtlozi.



turbulent flow

Kretanje fluida kod duvanskog dima



***Turbulentno kretanje
fluida***

- javlja se pri većim brzinama
- javlja se zbog prepreka na putu
- slojevi se miješaju

***Laminarno kretanje
fluida***

- fluid se kreće u paralelnim slojevima
- slojevi fluida se kreću različitim brzinama
- slojevi se ne miješaju
- strujanje je pri malim brzinama

Idealni fluid

-Kretanje fluida razmatramo uz sledeće pretpostavke:

1. Da nema viskoznog trenja.

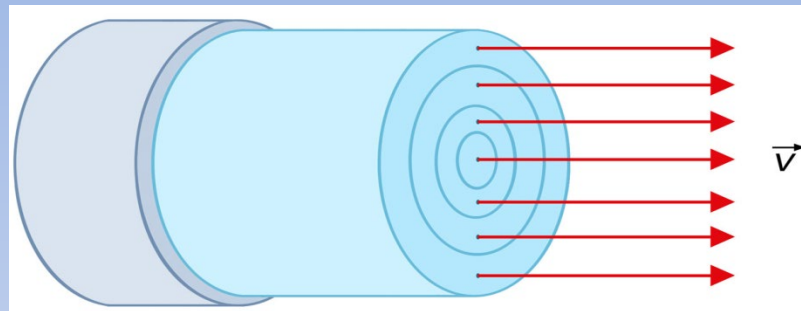
- ne postoji unutrašnje između susjednih slojeva

2. Fluid je nestišljiv.

- gustina mu je konstatna

3. Kretanje fluida je stacionarno.

-brzina djelića tečnosti u određenoj tački se ne mijenja po pravcu i intenzitetu

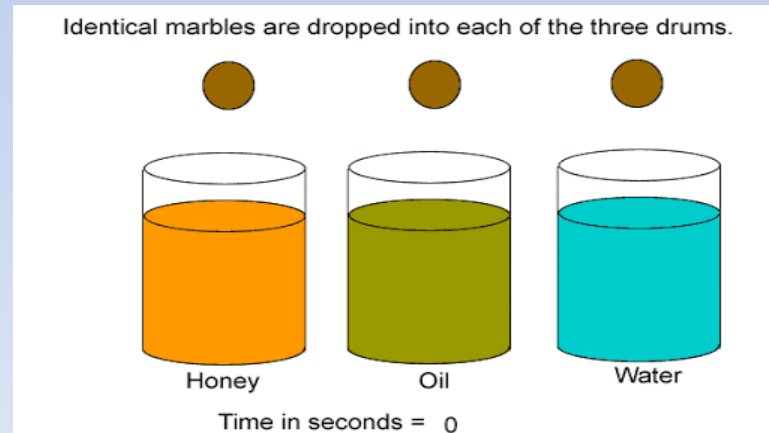


☐Viskoznost

Viskoznost – vodi porijeklo od latinske riječi *viscum* što znači lijepak.

Viskoznost je rezultat unutrašnjeg trenja između slojeva tečnosti .

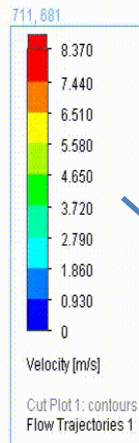
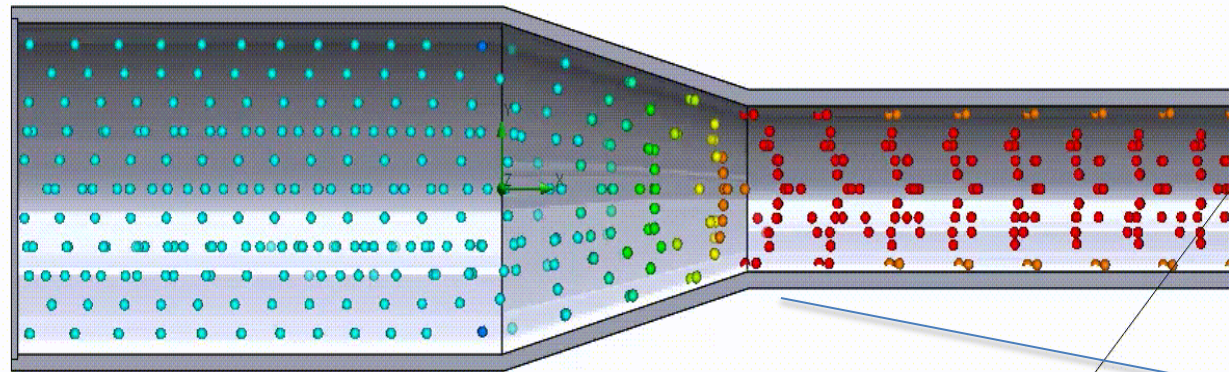
-Viskoznost se javlja samo kod kretanja fluida ili kada neko tijelo se kreće u fluidu kao u primjeru 1.



Primjer1.

Kretanja kuglice u različite tečnost

Jednačina kontinuiteta

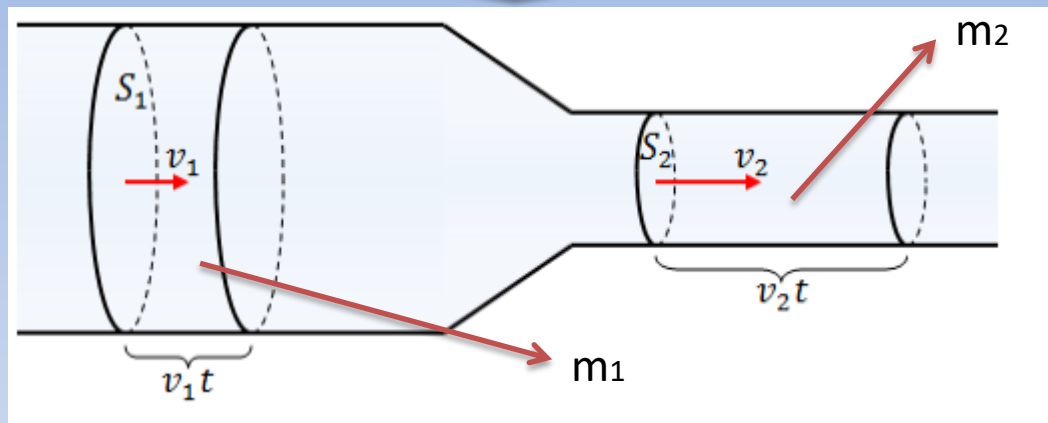


Skala koja pokazuje
brzine djelića
tečnosti poređana
po boji.

Surface Parameters 1	
Velocity Bulk Average	8.026 m/s

Zbog lake pokretljivosti svojih djelića svaka tečnost ispunjava cio prostor u strujnoj cijevi kao i prostor suda kroz koji protiče , pa stoga ne može nigdje nastati prekid tečnosti , kao što ne može nastati njeno nagomilanje. Ovu osobinu tečnosti nazivamo uslov **neprekidnosti** ili **kontinuiteta**.

Jednačina kontinuiteta predstavlja primjer zakona održanja mase ($m=\text{const}$), jer se ukupna masa između dva poprečna presjeka ne mijenja tokom vremena.



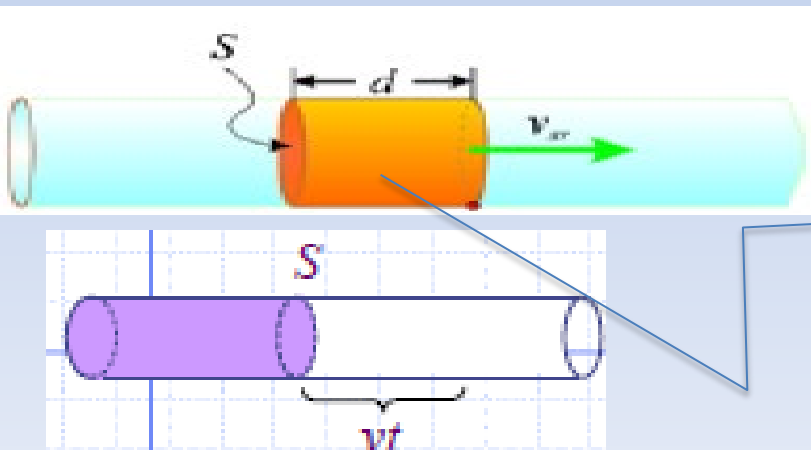
$$m_1 = m_2 \quad \rho = \text{const}$$

$$\cancel{\rho V_1} = \cancel{\rho V_2} \Rightarrow V_1 = V_2$$

$$\cancel{s_1 v_1 t} = \cancel{S_2 v_2 t} \Rightarrow$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$Sv = \text{const}$$



Zapremina tečnosti koja protekne kroz poprečni presjek strujne cijevi u jedinici vremena naziva se protok Q .

$$Q = \frac{V}{t} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{S \cdot vt}{t} = Sv$$

PREDMET : FIZIKA

DINAMIKA FLUIDA JEDNAČINA KONTINUITETA (ZADACI)

Tokom učenja učenik:

- primjenjuje sadržaje iz dinamike fluida i jednačine kontinuiteta pri rješavanju računskih zadataka**

Zadatak 1.

Voda ističe iz cijevi unutrašnjeg prečnika $d=4$ cm brzinom 4 m/s u pravougaoni bazen dužine $l = 20$ m , širine $a=10$ m i dubine $h=3$ m . Za koje se vrijeme napuni bazen , ako je protok vode konstantan ?

Podaci:

$$d=4 \text{ cm}=0,04\text{m}$$

$$v=4 \text{ m/s}$$

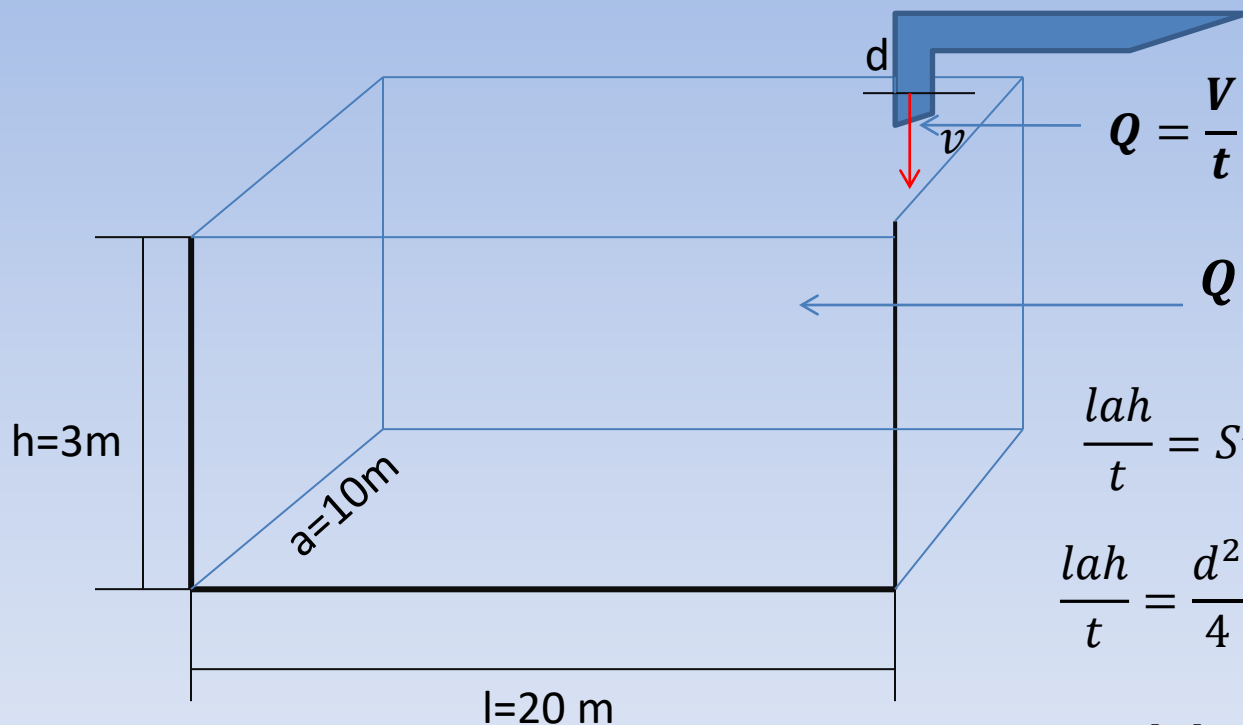
$$l = 20 \text{ m}$$

$$a=10 \text{ m}$$

$$h=3 \text{ m}$$

$$Q=\text{const.}$$

$$t=?$$



$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Svt}{t} = Sv$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{lah}{t}$$

$$\frac{lah}{t} = Sv \quad \left(S = \frac{d^2}{4} \pi \right)$$

$$\frac{lah}{t} = \frac{d^2}{4} \pi v$$

$$t = \frac{4lah}{d^2 \pi v} \approx 33 \text{ h}$$

Zadatak 2.

Površina poprečnog presjeka aorte je 3 cm^2 , a krv kroz nju struji brzinom 30 cm/s . Kroz kapilare se krv kreće brzinom $0,5 \text{ mm/s}$. Smatrajući da svaki kapilar ima isti poprečni presjek, $3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2$, izračunati koliko ima kapilara u ljudskom tijelu.

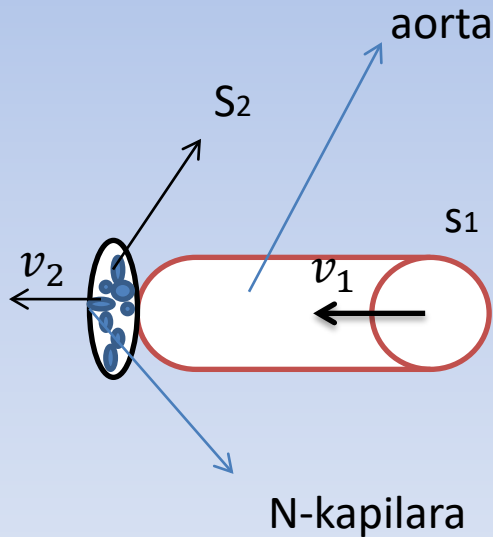
Podaci:

$$S_1 = 3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$v_1 = 30 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 0,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 0,0005 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S_2 = 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$$



$$S_1 v_1 = N S_2 v_2$$

$$N = \frac{S_1 v_1}{S_2 v_2}$$

$$N = 6 \cdot 10^9$$

Zadatak 3.

Tečnost struji kroz cijev promjenljivog poprečnog presjeka . Prečnik šireg dijela je 1,5 puta veći od prečnika užeg dijela strujne cijevi . U širem dijelu brzina strujanja je 20 cm/s. Kolika je brzina u užem dijelu cijevi ?

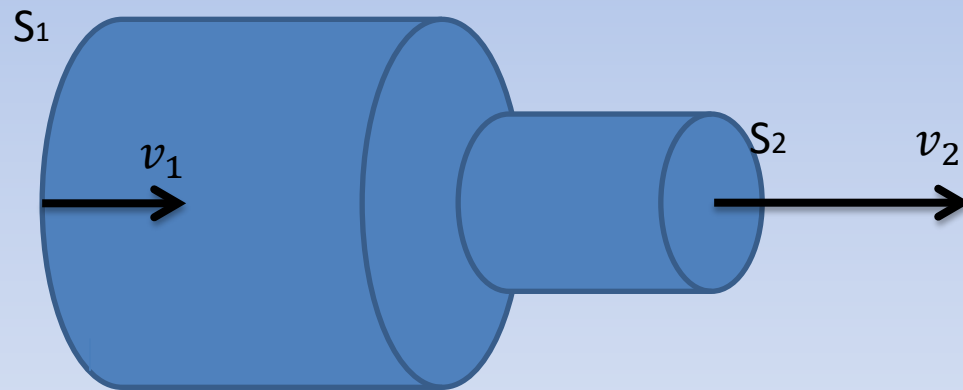
Rad:

Podaci:

$$r_1 = 1,5r_2$$

$$v_1 = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = ?$$



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow r_1^2 \pi v_1 = r_2^2 \pi v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 v_1}{r_2^2} \Rightarrow v_2 = \frac{2,25 r_2^2 v_1}{r_2^2}$$

$$S_1 = r_1^2 \pi$$

$$S_2 = r_2^2 \pi$$

$$v_2 = 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zadatak 4.

Iz cijevi fontane , kroz otvor prečnika 2 cm , izbija vertikalni mlaz koji dostiže maksimalnu visinu 7,2 m .Koliki je protok vode kroz cijev ?

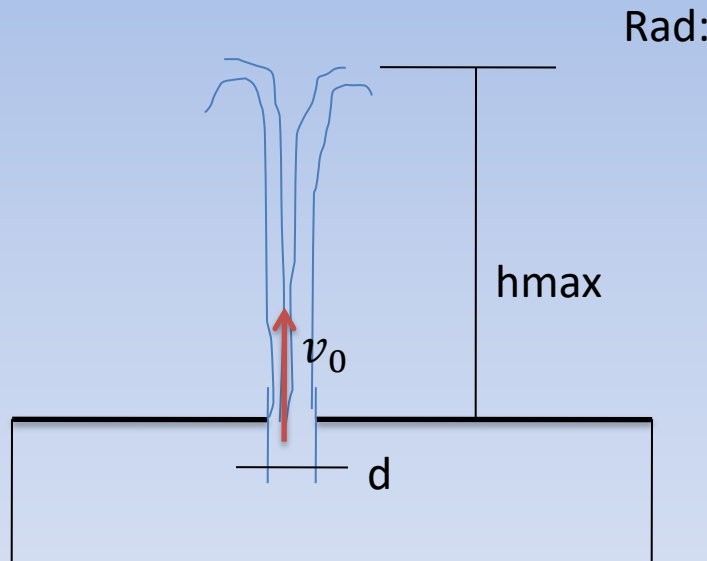
Podaci:

$d = 2 \text{ cm}$

$r = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$

$h_{\max} = 7,2 \text{ m}$

$Q = ?$



$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

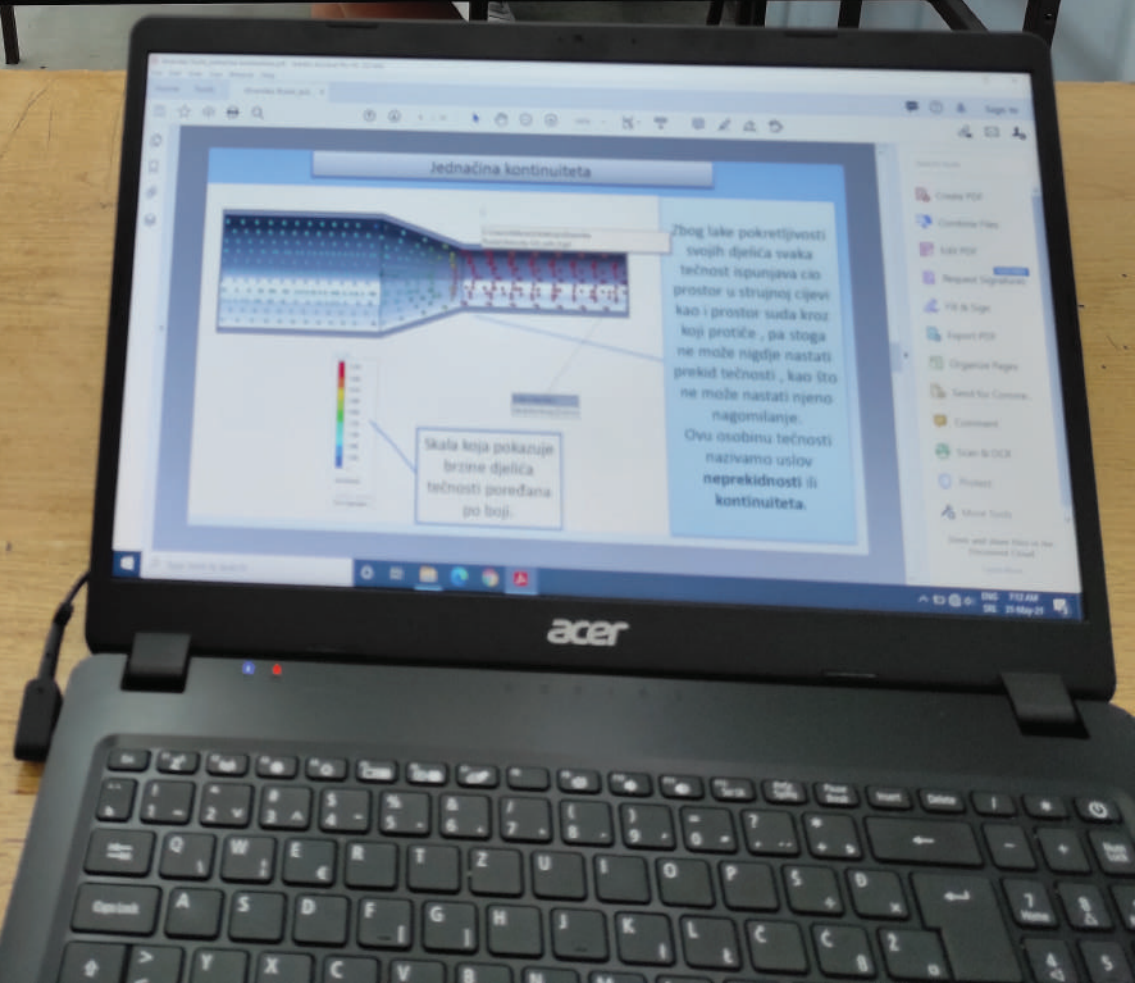
$$v_0^2 = 2gh_{\max}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh_{\max}}$$

$$Q = Sv \quad (S = r^2\pi)$$

$$Q = r^2\pi\sqrt{2gh_{\max}}$$

$$Q = 3,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 3,8 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

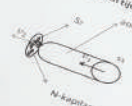




Zadatok 2

Arteriole papírnagy átmérője 3 cm^2 , a kapillarek átmérője 30 cm^2 . Kérlek, számold ki az Arteriole áramlását 0.5 mmHg -ra. Számold ki, hogy hány kapillare van egy papírnagyban.

Adatok:
 $S_1 = 3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
 $v_1 = 10^{-2} \text{ (L/s)}$
 $v_2 = 0.5 \text{ mmHg}$
 $S_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$



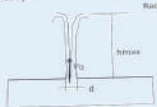
$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$
$$N = \frac{S_1 v_1}{S_2 v_2}$$
$$N = 6 \cdot 10^9$$



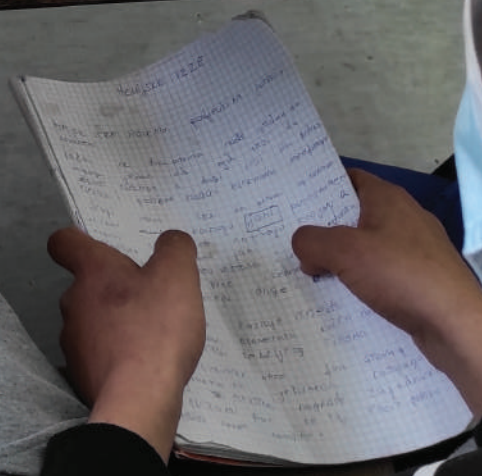
Zadatak 4.
Iz cijevi fontane, kroz otvor prečnika 2 cm, izlazi vertikalni mlaz koji dostiže maksimalnu visinu 7,2 m. Koliki je protok vode kroz cijev?

Podaci:
 $d = 2 \text{ cm}$
 $v = 1 \text{ m/s}$
 $h_{\text{max}} = 7,2 \text{ m}$
 $Q = ?$

Rad:

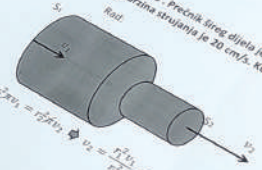


$h_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$
 $v_0^2 = 2gh_{\text{max}}$
 $v_0 = \sqrt{2gh_{\text{max}}}$
 $Q = v_0 \cdot S \quad (S = \pi r^2)$
 $Q = v_0 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$
 $Q = 3,8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 3,8 \frac{\text{l}}{\text{s}}$



Zadatak 8.
 Jednost. struj. kroz cijev s promjenjivim poprečnim presjekom. Prečni, širak dijela je 1,5 puta veći od prečnika užeg dijela. Brzina strujanja je 20 cm/s. Kolika je brzina u užem dijelu cijevi?

Podaci:
 $r_1 = 1,5r_2$
 $v_1 = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $v_2 = ?$



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \rightarrow r_1^2 v_1 = r_2^2 v_2 \rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 v_1}{r_2^2} \rightarrow v_2 = \frac{2,25 r_1^2 v_1}{r_1^2}$$

$$v_2 = 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Uzrok toga je promjena površine poprečnog presjeka. Brzina strujanja je 1,5 puta veća od brzine u užem dijelu cijevi. Brzina strujanja je 20 cm/s. Kolika je brzina u užem dijelu cijevi?

Школа	ЈУ Грађевинско-геодетска школа „Инж. Марко Радевић“
Наставни предмет	Физика
Разред	Први или други
Датум реализације	31.5.2021
Наставник	Клаудио Драгојевић



ПОДАЦИ О ЧАСУ

Наставна тема	Основи динамике флуида
Наставна јединица	Физички параметри идеалног флуида при кретању. Једначина континуитета
Тип часа	Обрада
Циљ часа	Оспособити ученика за разумевање принципа којима се покова идеални флуид у кретању.
Исходи	Разумевање појма флуида. Разумевање концепта идеалног/реалног флуида. Разумевање концепта струјне линије и струјне цеви. Разумевање концепта стационарног струјања флуида. Усвајање корака при извођењу једначину континуитета. Усвајање знања о начинима квантификовања протока флуида.
Функционални задаци	Развијање способности увиђања каузалних промена и односа у природи. Развијање осетљивости за уочавање и формулисање проблема. Развијање смисла за трагањем и истраживањем појава и процеса у природи. Развијање способности уопштавања на основу добијених података. Развијање способности слушања. Развијање вештине уочавања и препознавања. Развијање логичког мишљења. Развијање аналитичког мишљења. Увежбавање бележења.
Васпитни задаци	Развијање одговорности, тимског рада и сарадничког духа.
Кључни појмови	Идеални флуид, реални флуид, ламинарно и турбулентно кретање, струјна линија, струјна цев, запремински проток, масени проток.
Образовни стандарди	

Облици рада	Фронтални
Наставне методе	монолошко-дијалошка
Наставна средства	Уџбеник, табла, видео пројектор, компјутер
Место извођења наставе	Учионица
Корелација	Математика, физика за основну школу, биологија, географија, свакодневни живот
Литература	Наташа Чалуковић, Предраг Мирановић Физика 2– уџбеник за други разред гимназије
Напомене	



ТОК ЧАСА

Уводни део часа (10 минута)	Кроз разговор и примере обновити знања о појму флуида и статисти флуида. Такође кроз разговор доћи до закључка о важности динамике флуида (енергетика, метеорологија, пловидба бродова, авио саобраћај ...)
Главни део часа (30 минута)	Наставник поставља ученицима питање како би описали кретање флуида с обзиром на то да флуиди нису материјалне тачке ни крута тела (два до сада коришћена модела) већ имају променљив облик. Очекивани одговори треба да наведу на то да треба пратити струјање флуида и некако га окарактерисати. Дискутовати о флуидима у којима је трење изражено (мед) и онима где није у толикој мери изражено (ваздух, вода ...) Подсетити се појма модела у физици и идеализације посматраних појава и процеса. Увести на основу тога појмове <i>реални</i> и <i>идеални флуид</i>. Идеални флуиди су нестишљиви. (Строго узевши, сви флуиди су стишљиви, што значи да при промени притиска мењају и своју запремину) Услед дејства међумолекулских сила, јавља се и унутрашње трење или отпор који се назива вискозност. Нестишљиви флуиди занемарљиве вискозности су идеални флуиди. Струјање флуида описује се посматрањем кретања његових делића

	(запремине занемарљиве величине у односу на запремину посматраног флуида). Графички се струјање представља помоћу струјних линија – линије дуж којих се крећу делићи флуида.. Тангента у свакој тачки струјне линије има правац брзине делића флуида који пролази кроз ту тачку. Струјне линије можемо лако уочити ако у флуид пустимо млаз обојене течности или убацимо ситне лебдеће честице. Струјне линије су трајекторије по којима се крећу делићи флуида и чије тангенте у свакој тачки показују правац њихове брзине. Кретање једног делића није довољно за описивање кретања флуида као целине. У ту сврху, посматра се већа количина флуида који се креће кроз струјну цев. Струјна цев је скуп свих струјних линија које пролазе по ободу уочене површине кроз коју флуид тече. Површина S представља попречни пресек струјне цеви и може се сматрати да је у свакој његовој тачки брзина флуида константна. Струјање је стационарно ако сваки делић флуида који пролази кроз произвољну тачку A има исту брзину v. Брзина делића се може мењати у различитим тачкама струјне линије. При стационарном струјању, флуид нити улази нити излази из струјне цеви, односно никада не долази до мешања суседних слојева флуида. Струјне линије се не секу и њихов распоред је сталан током времена.. При стационарном струјању флуида, брзина његових делића у посматраној тачки је стална. Параметри којима се описује стање флуида у кретању су: - брзина, - притисак и - густина флуида. При стационарном струјању, њихове вредности су у датој тачки константне, тј. независне од времена. У супротном, струјање је нестационарно. Основне законитости стационарног струјања идеалних флуида исказане су једначином континуитета и Бернулијевом једначином.
--	---

Основни физички закони Њутнове механике (закони одржања), примењују се и при изучавању динамике флуида.

Једначина континуитета је последица закона одржања масе у струјној цеви флуида.

Нека идеални флуид стационарно струји кроз струјну цев различитих попречних пресека.

v_1 - брзина свих делића флуида који пролазе кроз попречни пресек S_1 ,

v_2 - брзина делића у пресеку S_2 .

Током довољно малог временског интервала Δt кроз попречни пресек S_1 проћи ће флуид масе Δm_1 . Због нестишљивости ($\rho = \text{const}$), за исто време, иста маса ће проћи и кроз попречни пресек S_2

$$\Delta m_1 = \Delta m_2.$$

$$\rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t.$$

Дељењем густином и временом добија се једначина континуитета:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$S \cdot v = \text{const}$$

У сваком попречном пресеку струјне цеви, производ брзине флуида и површине попречног пресека је сталан.

Директна последица: Брзина струјања флуида кроз одређени пресек струјне цеви обрнуто је пропорционална површини тог пресека.

Запремински проток (Q_V) - запремина флуида који у јединици времена протекне кроз попречни пресек струјне цеви, тј.:

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Јединица у СИ за запремински проток је m^3/s , а често се изражава и у литрима по секунди.

Запремина протеклог флуида у ма ком попречном пресеку цеви може се изразити као $Q_V = S v \Delta t$, тако да је запремински проток:

$$Q_V = S \cdot v.$$

Поред запреминског, дефинише се и масени проток као маса флуида који

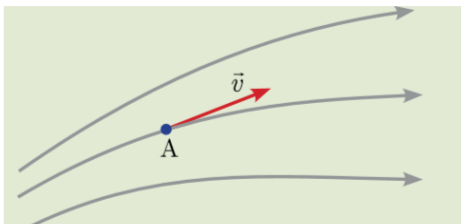
	протекне кроз попречни пресек струјне цеви у јединици времена $Q_m = \Delta m / \Delta t$ Примери важења једначине континуитета: - брзина реке зависности од ширине њеног корита. - Када се прстом затворимо део отвора цева брзина млаза ће се повећати.
Завршни део часа (5 минута)	У разговору са ученицима укратко поновити изложено градиво и разјаснити евентуалне недоумице и нејасноће. За домаћи ученици треба да одговоре на питања.

ИЗГЛЕД ТАБЛЕ

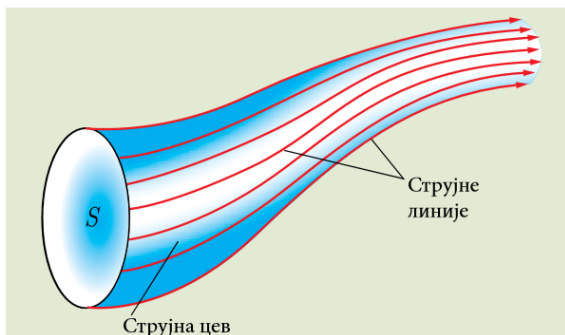
ФИЗИЧКИ ПАРАМЕТРИ ИДЕАЛНОГ ФЛУИДА ПРИ КРЕТАЊУ. ЈЕДНАЧИНА КОНТИНУИТЕТА

Идеални флуиди - Нестишљиви флуиди
занемарљиве вискозности.

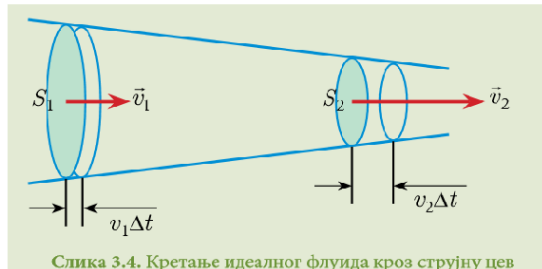
Струјне линије - трајекторије по којима се крећу
делићи флуида и чије тангенте у свакој тачки показују
правац њихове брзине.



Струјна цев је скуп свих струјних линија које
пролазе по ободу уочене површине кроз коју флуид тече.



Стационарно струјање флуида –
брзина његових делића у посматраној тачки је стална.



Слика 3.4. Кретање идеалног флуида кроз струјну цев

Због нестишљивости ($\rho = \text{const}$)

$$\Delta m_1 = \Delta m_2.$$

$$\rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t.$$

Скраћивањем добија се једначина континуитета:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

$$S \cdot v = \text{const}$$

У сваком попречном пресеку струјне цев,
производ брзине флуида и површине попречног пресека је стална.

Запремински проток (Q_V)

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{m}^3/\text{s}.$$

$$Q_V = S v \Delta t,$$

$$Q_V = S \cdot v.$$

Масени проток

$$Q_m = \Delta m / \Delta t$$